

TEMA 2: DIVISIBILIDAD

Contenidos:

- Múltiplos y divisores de un número.
- Criterios de divisibilidad.
- Números primos y compuestos. Descomposición de un número compuesto en factores primos.
- Concepto de máximo común divisor y mínimo común múltiplo de varios números. Cálculo del MCM y MCD de varios números.
- Aplicaciones a la resolución de problemas asociados a situaciones cotidianas.

Contenidos mínimos:

- Reconocer relaciones de divisibilidad entre números naturales.
- Calcular todos los divisores de un número natural.
- Clasificar los números naturales en primos o compuestos.
- Descomponer un número natural en sus factores primos.
- Encontrar el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de varios números.

TEMA 2: DIVISIBILIDAD

1. RELACIONES DE DIVISIBILIDAD: MÚLTIPLOS Y DIVISORES

Vamos a estudiar la divisibilidad de los números naturales. Las relaciones de divisibilidad se establecen mediante la división exacta de dos números naturales, de forma que el menor cabe un número exacto de veces en el mayor, es decir, al dividir, la división es exacta.

DIVISIÓN ENTERA

$$\begin{array}{r} \text{Dividendo } 27 \overline{) 5} \text{ Divisor} \\ \underline{25} \\ 2 \end{array}$$

Resto Cociente

$$\text{Dividendo} = \text{Divisor} \times \text{cociente} + \text{resto}$$

$$27 = 5 \times 5 + 2$$

DIVISIÓN EXACTA

$$\begin{array}{r} \text{Dividendo } 30 \overline{) 5} \text{ Divisor} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

Resto Cociente

$$\text{Dividendo} = \text{Divisor} \times \text{cociente}$$

$$30 = 5 \times 6$$

1.1. Múltiplos

Un número a es múltiplo de otro b , si se cumple que $a = k \cdot b$, siempre que k sea un número natural. Por ejemplo, los múltiplos de 11 serían: $11 \times 1 = 11$, $11 \times 2 = 22$, $11 \times 3 = 33$... es decir 11, 22, 33...

Para ver si un número es múltiplo de otro, basta con realizar la división y ver si es exacta.

Existen infinitos múltiplos de cada número. Los múltiplos tienen que ser mayores o iguales que el número. Cada número es múltiplo de sí mismo.

Ejercicios:

- ¿37 es múltiplo de 6?
- ¿98 es múltiplo de 7?

Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

	Verdadero	Falso
227 es múltiplo de 5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
111 es múltiplo de 3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
El 7 no tiene ningún múltiplo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12 es múltiplo de 2 y 6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
El 455 es múltiplo de 7 y 13	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3027 es múltiplo de 3 y 7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 2: DIVISIBILIDAD

1.2. Divisores

Un número a es divisor de otro b , si se cumple $a : b = k$, siempre que k sea un número natural y la división sea exacta. Es decir, un número es divisor de otro si está contenido un número exacto de veces en él.

Por ejemplo, los divisores de 12 serán: $12 : 1 = 12$, $12 : 2 = 6$, $12 : 3 = 4$, $12 : 4 = 3$, $12 : 6 = 2$ y $12 : 12 = 1$. Es decir, son 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

Para ver si un número es divisor de otro, basta con realizar la división y ver si es exacta.

Existe un número finito de divisores de cada número. Los divisores son menores o iguales que el número. El 1 es divisor de cualquier número. Cada número es divisor de sí mismo. El cero no es divisor de ningún número (al dividir un número entre cero obtenemos infinito).

Ejercicios:

- ¿6 es divisor de 37?
- ¿7 es divisor de 98?

¿Cuáles de los siguientes números son divisibles por 13?

1013
195
313
1313
130
1014

Elige de entre los siguientes números los que sean divisores del número 225.

25
45
9
5
18
7

Fíjate ...

La palabra **divisor** la utilizamos con dos significados:

- en una división, divisor es el número por quien se divide el dividendo.
- el divisor de un número es otro que lo divide de manera exacta.

Cuando $a : b = c$

- a es divisible por b .
- b es divisor de a .
- a es múltiplo de b .

TEMA 2: DIVISIBILIDAD

1.3. Criterios de divisibilidad

En algunos casos, para ver si la división por un determinado número resulta exacta, no hace falta realizar la división y ver si el resto es cero, sino que hay algunos trucos para ello.

- Los **múltiplos de 2** terminan en 2, 4, 6, 8 o 0. Es decir, un número será divisible entre 2 si es par.
Por ejemplo 27 no es múltiplo de 2, pero 26 sí.
- Los **múltiplos de 3** se cumple que al sumar el valor de cada cifra que forma ese número, se obtiene un múltiplo de 3.

OBSERVA LOS MÚLTIPLOS DE 3

1 x 3 = 3	3 es múltiplo de 3	S
2 x 3 = 6	6 es múltiplo de 3	I
3 x 3 = 9	9 es múltiplo de 3	D
4 x 3 = 1 2	1+2=3 múltiplo de 3	I
5 x 3 = 1 5	1+5=6 múltiplo de 3	V
6 x 3 = 1 8	1+8=9 múltiplo de 3	I
7 x 3 = 2 1	2+1=3 múltiplo de 3	S
8 x 3 = 2 4	2+4=6 múltiplo de 3	O
9 x 3 = 2 7	2+7=9 múltiplo de 3	R
... x ... =		E
1 1 7 x 3 = 3 5 1	3+5+1=9 múltiplo de 3	S

$$2 \ 1 \ 4 \quad 2+1+4 = 7 \text{ no múltiplo de 3}$$

NO DIVISOR

- Los **múltiplos de 5** terminan en 0 o en 5.
355 es múltiplo de 5, pero 356 no.
- Los **múltiplos de 11** se cumple que si sumamos las cifras pares y restamos la suma de las cifras impares, obtenemos 0 u 11.

OBSERVA: 2345 ¿es múltiplo de 11?

2	3	4	5
		3+5=8	
	8-6=2,		
	ni 0, ni múltiplo de 11, NO		
		2+4=6	

7370 ¿es múltiplo de 11?

7	3	7	0
		3+0=3	
	14-3=11,		
	no 0, si múltiplo de 11, SI		
		7+7=14	

TEMA 2: DIVISIBILIDAD

Ejercicios:

¿Cuál de los siguientes números son divisibles por 3? 1113, 123, 201, 93, 103, 302

¿Cuáles de los siguientes números son divisibles por 15? 11115, 320, 333, 555, 1200, 246. Como $15 = 3 \times 5$, para ser divisibles por 15 tienen que ser divisibles por 3 y por 5.

¿Cuáles de los siguientes números son divisibles por 11? 2003, 88, 123321, 111, 2345, 121.

Considere los números de la siguiente tabla:

92	61	205	423	107
172	431	978	573	99
21	614	999	671	96
84	684	177	123	237
126	361	104	88	713
740	1533	2506	6576	7605

- 1) Anote los números que son divisibles por 2.
- 2) Anote los números que son divisibles por 3, aplicando el criterio de divisibilidad.

🎮 Juega: <http://www.retomates.es/?idw=dd&idJuego=multipleitor>

2. NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

Según el número de divisores podemos clasificar a los números en números primos o compuestos. Un número primo es el que solo tiene de divisores a él mismo y al 1. Al número que tiene más de dos divisores lo llamamos número compuesto.

Ejemplo: el 2 solo se puede dividir entre 1 y él mismo, el 2. Por lo tanto es primo. El número 4 es divisible entre 1, entre 2 y entre 4, por lo que es compuesto.

Fíjate que ningún número par, excepto el 2, va a ser primo, ya que aparte de dividirse entre 1 y el propio número, siempre va a poder dividirse también entre 2.

El 1 es el único número que tiene un solo divisor: él mismo.

LOS NÚMEROS PRIMOS HASTA-EL 1000



2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107
109	113	127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181
191	193	197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389	397	401	409	419	421	431	433
439	443	449	457	461	463	467	479	487	491	499	503	509	521
523	541	547	557	563	569	571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659	661	673	677	683	691	701
709	719	727	733	739	743	751	757	761	769	773	787	797	809
811	821	823	827	829	839	853	857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977	983	991	997

© 2013MinihogarKids

✚ Ejercicio: Criba de Eratóstenes.

La Criba de Eratóstenes es un procedimiento para obtener los primeros números primos. En un papel que te dará el profesor, están colocados todos los números naturales a partir del 2. Dejamos el 2, pero eliminamos todos los números a partir de él, contando de 2 en 2 (es decir, el 4, el 6, etc). Luego hacemos lo mismo con el tres, dejando el 3. Lo mismo con los múltiplos de 5, etc. Así vamos avanzando, cuando llegamos a un número no eliminado lo dejamos, pero a partir de él eliminamos sus múltiplos. Hasta que llegamos al final y quedan solamente los números primos.

✚ <https://www.youtube.com/watch?v=q5ozBnrd5Zc>

TEMA 2: DIVISIBILIDAD

2.1. Descomposición en factores primos

Todos los números compuestos se pueden poner como producto de números primos. Llamaremos descomposición factorial de un número a su expresión en forma de producto de factores primos.

Recuerda: Llamamos factor a cada uno de los números que intervienen en una multiplicación. Un producto de factores iguales se puede escribir en forma de potencia: $a^n = a \cdot a \cdot a \dots$ (n veces), donde a es la base y n el exponente. Ejemplo: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

PROCESO	EJEMPLO: factorizar 140	VISUALIZACIÓN
Dividimos el número a factorizar por el primer número primo en que resulte su división exacta, el cociente resultante se pone bajo el número y el divisor al otro lado de la línea vertical.	Empezamos probando por el primo más pequeño $140:2 = 70$. Vale el 2. Ponemos el número que nos queda por dividir 70, debajo de 140.	$140:2=70$ 1 4 0 2 7 0
Se intenta seguir dividiendo por ese número hasta que su división no sea exacta, entonces probaremos a dividir por el siguiente número primo; poniendo cada vez que obtengamos una división exacta el cociente bajo el número y el divisor al otro lado de la línea vertical.	Se sigue intentando dividir por 2 $70:2=35$, vale 2 otra vez. Se sigue intentando 2, $35:2$ no se puede. Lo intentamos por el siguiente primo, el 3, $35:3$ no se puede.	$140:2=70$ 1 4 0 2 $70:2=35$ 7 0 2 $35:2=17,5$ NO 3 5 $35:3=11,6$ NO $35:5=7$ 1 4 0 2 7 0 2 3 5 5
Se continúa este proceso hasta obtener como cociente el número 1.	Lo intentamos por el siguiente primo, el 5, $35:5 = 7$, vale el 5. Vemos que el último primo es 7. Ya hemos terminado, $7:7=1$ obteniendo el 1 como cociente.	7 es primo 7 7 $7:7=1$ 1
Ponemos el número dado como producto de potencias de factores primos.	Expresamos el resultado haciendo uso de la notación que conocemos de las potencias.	$140 = 2^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1$

Ejemplo: Descomponer en factores primos 252 y 980.

✚ Practica:

http://aula2.educa.aragon.es/datos/espada/MateTecn/bloque1/Unidad02/pagina_17.html

Ejercicios: Descomponer en factores primos 180, 4334, 210 y 1100.

2.2. Cálculo de todos los divisores de un número

Una forma sencilla de calcular todos los divisores de un número, es hacer primero la descomposición factorial, y luego combinar todos los productos posibles con estos números primos.

Fíjate en el siguiente ejemplo: hallar todos los divisores de 28.

Al descomponer en factores 28 obtenemos:

Descomposición factorial del número: $28 = 2^2 \cdot 7$

28	2
14	2
7	7
1	

Por lo que 2 y 7 son divisores de 28, además del propio 28 y el

1. Para obtener el resto de divisores combinamos: $2 \cdot 2 = 4$, $2 \cdot 7 = 14$. Tiene por lo tanto 6 divisores: 1, 2, 4, 7, 14 y 28.

☞ Para saber cuántos divisores tiene un número nos fijamos en su descomposición factorial. El número de divisores coincide con el producto de los exponentes de las potencias de cada factor primo, aumentadas en una unidad cada una.

Por ejemplo, en el caso anterior $28 = 2^2 \cdot 7 \rightarrow$ el 2 está elevado a 2, por lo que cogemos $2 + 1 = 3$, y el 7 está elevado a 1, por lo que cogemos $1 + 1 = 2$. El número de factores será $3 \cdot 2 = 6$. Efectivamente, los 6 factores que hemos encontrado antes, así podemos comprobar que los hemos encontrado todos.

72	2	$72 = 2^3 \cdot 3^2$
36	2	
18	2	
9	3	
3	3	
1		

Para conocer el número de divisores de 72, se multiplican los **exponentes** de los factores primos de su descomposición factorial, **aumentados en una unidad**: $(3+1) \cdot (2+1) = 4 \cdot 3 = 12$. El número 72 tendrá **12** divisores.

Ejercicio: halla todos los divisores de 40, 50, de 80 y de 36.

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$40 = 2^3 \times 5$

Por lo tanto tiene:

$$3 + 1 = 4 \text{ y } 1 + 1 = 2$$

$$4 \cdot 2 = 8 \text{ divisores}$$

Divisores: 1, 40, 2 y 5.

Otros divisores: $2 \cdot 2 = \underline{4}$, $2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{8}$, $2 \cdot 5 = \underline{10}$, $10 \cdot 2 = \underline{20}$

Tenemos los 8 divisores buscados: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 y 40.

3. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO Y MÁXIMO COMÚN DIVISOR

Vamos a estudiar algunas condiciones comunes a varios números. Ten en cuenta:

- Si buscamos un múltiplo común, nos interesa el más pequeño de todos (ya que el más grande sería de un tamaño infinito). Y el resultado tendrá que ser mayor o igual que los números de los que partimos.
- Si buscamos un divisor común, nos interesa el mayor de todos (ya que el más pequeño siempre va a ser 1). El resultado tendrá que ser menor o igual que los números de los que partimos.

3.1. Mínimo común múltiplo

El mínimo común múltiplo (m. c. m.) de varios números resulta de seleccionar entre los múltiplos comunes el más pequeño. Observa el siguiente ejemplo:

Múltiplos de 6 = 6, 12, **24**, 30, ..., **48**, ..., **72**, ...

Múltiplos de 4 = 4, 8, 12, 16, 20, **24**, 28, ..., **48**, ..., **72**, ...

Múltiplos de 8 = 8, 16, **24**, 32, ..., **48**, ..., **72**, ...

El m. c. m. de 6, 4 y 8 es el menor múltiplo que se repite. Así que el m. c. m. (6, 4, 8) = 24.

Esta es una forma muy sencilla de calcular el m. c. m. para números pequeños, pero si los números son grandes, no es nada útil. Para números mayores es más sencillo hacerlo descomponiendo los números en factores primos. Observa el siguiente ejemplo:

EJEMPLO para calcular el m.c.m. (12, 18):

1º Descomponemos los números en factores primos.	$\begin{array}{l} 12 \mid 2 \\ 6 \mid 2 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{l} 18 \mid 2 \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$
2º Los expresamos como potencias.	$12 = 2^2 \cdot 3$	$18 = 2 \cdot 3^2$
3º Se multiplican entre sí todos los números primos que aparecen y con su mayor exponente .	m.c.m. (12,18) = $2^2 \cdot 3^2 = 36$	

Ejercicio: Halla el m. c. m. de (3, 21), (20, 30), (3, 5, 7) y (8, 12, 42).

✚ Practica:

http://aula2.educa.aragon.es/datos/espado/MateTecno/bloque1/Unidad02/pagina_10.html

✚ <https://luisamariaarias.wordpress.com/category/0-3-matematicas/0-6-0-multiplos-y-divisores/0-6-2-minimo-comun-multiplo/>

TEMA 2: DIVISIBILIDAD

3.2. Máximo común divisor

El máximo común divisor (m. c. d.) de varios números será el resultado de seleccionar entre sus divisores comunes al mayor de ellos. Si los números no tienen ningún otro divisor común, el m. c. d. entre ellos será 1.

Vamos a realizar el cálculo del máximo común divisor de los números 12, 30 y 18.

Divisores de 12 = 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

Divisores de 30 = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30.

Divisores de 18 = 1, 2, 3, 6, 9 y 18.

Por lo que el m. c. d. (12, 30, 18) = 6.

Una forma sencilla de hallarlo, es descomponer en factores los números.

EJEMPLO para calcular el m.c.d. (12, 18):

1º Descomponemos los números en factores primos.	$\begin{array}{r} 12 \mid 2 \\ 6 \mid 2 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 18 \mid 2 \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$
2º Los expresamos como potencias.	$12 = 2^2 \cdot 3$	$18 = 2 \cdot 3^2$
3º Se multiplican entre sí sólo los números primos que aparecen repetidos y con el menor exponente común.	m.c.d. (12,18) = 2 · 3 = 6	

Ejercicios: halla el m. c. d. de (7, 23), (15, 75), (130, 600) y (140, 180, 240).

✚ Practica:

http://aula2.educa.aragon.es/datos/espado/MateTecno/bloque1/Unidad02/pagina_11.html

✚ Juega: <https://luisamariaarias.wordpress.com/2012/11/16/juego-maximo-comun-divisor/>

3.3. Aplicación a la resolución de problemas

Se resuelven con el m. c. m. o con el m. c. d. los problemas en los que, por ejemplo se desee averiguar algún tipo de coincidencia, o averiguar el reparto de varias cantidades de forma que no sobre nada. Veamos algunos ejemplos:

- ☞ Tres amigos (Pedro, Juan y María) coinciden un día en la piscina. Al terminar de bañarse acuerdan quedar para jugar al tenis la próxima vez que se vean. Si Pedro nada 1 vez cada 4 semanas, Juan una vez cada 15 días y María cada 3 días, ¿dentro de cuántos días tendrán que traer las raquetas de tenis?

Queremos encontrar el menor múltiplo común, es decir, el m. c. m. de 28 días (4 semanas), 15 días y 3 días. $28 = 2^2 \cdot 7$ $15 = 3 \cdot 5$ $3 = 3$

Por lo que m. c. m. $(28, 15, 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$ días. Así que coincidirán tras 420 días.

- ☞ Un carpintero tiene 20 listones de 1,50 metros, 15 listones de 0,60 metros y 12 listones de 2,40 metros. Desea construir marcos cuadrados para fotografías de forma que tengan el mayor tamaño posible de lado. ¿Cuál es el tamaño mayor de lado que podrá construir sin que le sobre ningún trozo? ¿Cuántos marcos podrá realizar?

Se desean hacer divisiones exactas y con el mayor tamaño común a varias maderas, por lo que necesitamos usar el m. c. d. Como las medidas del marco serán del orden de cm, pasamos todos los números a centímetros: m. c. d. $(150, 60, 240)$.

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \qquad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \qquad 240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

Por lo que m. c. d. $(150, 60, 240) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ cm

Así, como los trozos son de 30 cm:

- Del listón de 150 cm : 30 cm = 5 trozos por listón, por 20 listones → 100 trozos
- Del listón de 60 cm : 30 cm = 2 trozos por listón, por 15 listones → 30 trozos
- Del listón de 240 cm : 30 cm = 8 trozos por listón, por 12 listones → 96 trozos

Por lo que el carpintero tendrá en total $100 + 30 + 96 = 226$ trozos, que divididos entre los 4 trozos que se necesitan para cada marco, hay en total 56 marcos y sobran dos trozos de 30 cm.

Ejercicios:

En una tienda de comestibles tienen 400 caramelos de fresa y 720 de limón. Quieren hacer paquetes del mayor número posible de caramelos y de forma que tengan la misma cantidad de caramelos sin mezclar los dos sabores. También desean que al final del envasado no sobre ni falte ningún caramelo. ¿Cuántos caramelos habrá en cada paquete? ¿Cuántos paquetes se obtendrán?

En una plaza hay una parada de autobús donde coinciden tres líneas distintas. La primera tarda 40 min en hacer el recorrido, la segunda 30, y la tercera 48 min. Si a las 10 de la mañana se encuentran los tres autobuses en la plaza, ¿cuándo se volverán a encontrar por primera vez?

TEMA 2: DIVISIBILIDAD

1. Indica de entre los siguientes números cuáles son múltiplos de 13.

35 195 127 104 1040 231 321

2. Indica de los siguientes números cuáles son divisores de 360.

42 12 27 45 18 62 24

3. De los siguientes números di los que son divisibles por 3.

327 110 431 695 522

4. De los siguientes números di los que son divisibles por 5.

427 505 2370 1115 617

5. De los siguientes números di los que son divisibles por 11.

111 924 3113 27172 142

6. Rellena la tabla poniendo sí o no en cada casilla. Utiliza los criterios de divisibilidad.

	1313	5050	11115	84722	169
Divisible por 2					
Divisible por 3					
Divisible por 5					
Divisible por 11					

7. De los siguientes números di cuáles son primos y cuáles compuestos. Razona la respuesta.

123 127 235

8. Realiza la factorización de los siguientes números.

120 84 108 600 4620

9. Halla todos los divisores de los siguientes números.

40 110

10. Busca un número que cumpla cada una de las siguientes frases.

- Sea primo y par.
- El menor número compuesto divisible por 5 y 10.
- Un número primo divisible por 11.
- El primer número compuesto impar.
- El menor número compuesto divisible por 3, 5 y 7.

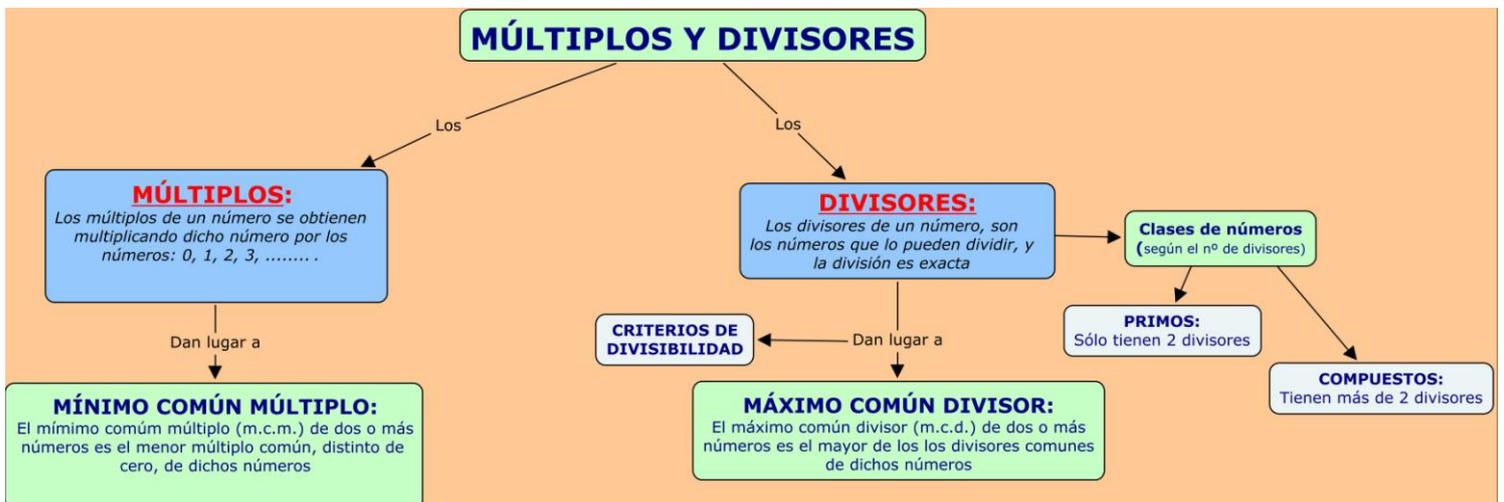
11. Tenemos 120 baldosas cuadradas coloreadas de 10 cm de lado. Queremos analizar las posibles combinaciones para ponerlas como un rectángulo que tenga de lado más de 3 baldosas y no sobrepase de 8. ¿Cuáles son?

TEMA 2: DIVISIBILIDAD

12. Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes conjuntos de números.
- a) 48 y 36.
 - b) 150, 180 y 108.
 - c) 252, 90 y 600.
13. Tres atracciones de un parque temático duran 40 segundos, 2 minutos y 30 segundos. Si tres amigos entran a la vez en cada una de estas atracciones, ¿cuántas veces tendrán que repetir en ellas si desean salir todos a la vez?
14. En dos colegios hay 600 y 210 alumnos. Se quieren hacer equipos lo más grandes posibles y del mismo número de alumnos para una competición entre los dos centros. ¿Cuántos equipos se harán en total?
15. En Benasque hay tres nuevas avenidas de 1500 m, 240 metros y 720 metros. Se desean poner farolas a la misma distancia en todas las avenidas de forma que ésta sea la mayor posible. ¿A qué distancia estarán? ¿Es razonable esta solución? ¿Qué otras opciones tenemos?
16. Tenemos maderas de viejos palés rectangulares usados en la construcción que tienen 120 cm de largo por 80 cm de ancho. Deseamos hacer trozos de igual tamaño para ordenarlos en la leñera. Deseamos que sean lo más grandes posibles y que no se desperdicie ningún trozo. ¿De qué medida será cada leño?



ony/gro



TEMA 2: DIVISIBILIDAD

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Material

- Lápiz y goma.
- Un tablero con los números del 1 al 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Reglas del juego:

- 1) El primer jugador tacha en el tablero un número par.
- 2) A continuación y por turno, cada jugador debe tachar un múltiplo o divisor del número que ha elegido su compañero y que no haya sido aún tachado.
- 3) Si un jugador elimina un número que no cumple las características anteriores y el contrario lo descubre, la jugada no tiene validez y el jugador pierde.
- 4) Cuando un jugador no encuentra ningún número que suprimir, pierde la partida.

CUATRO EN RAYA (mínimo común múltiplo)				
<ul style="list-style-type: none"> Necesitáis fichas de dos colores distintos y una calculadora. Cada jugador elige dos números, uno de cada grupo. 				
<u>24 28 32 36 40</u> <u>52 56 60 64 68</u>				
Comunica los números elegidos al compañero, estima su m.c.m. y confirma con la calculadora. Si no está ocupada la casilla donde está el resultado obtenido, coloca en ella una de sus fichas. Jugáis por turno.				
Gana el primero que consiga colocar CUATRO fichas en raya.				
168	612	224	56	120
504	520	468	180	544
192	364	312	420	64
480	120	680	320	476
448	576	416	408	280

TRES EN RAYA (máximo común divisor)			
Necesitáis fichas de dos colores distintos y una calculadora. Cada jugador elige una pareja de entre los siguientes números, estima su m.c.d., si lo necesita lo confirma con la calculadora y pone una ficha en el cuadro correspondiente si no está ya ocupado.			
Gana el primero que consiga colocar tres fichas en raya.			
16 18 20 24 25 28 30 35 36 40 42 45 48 56 60 63 64			
2	14	5	8
12	20	16	21
10	3	15	6

65 **NOMBRE** _____

FECHA _____

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

actiludis.com

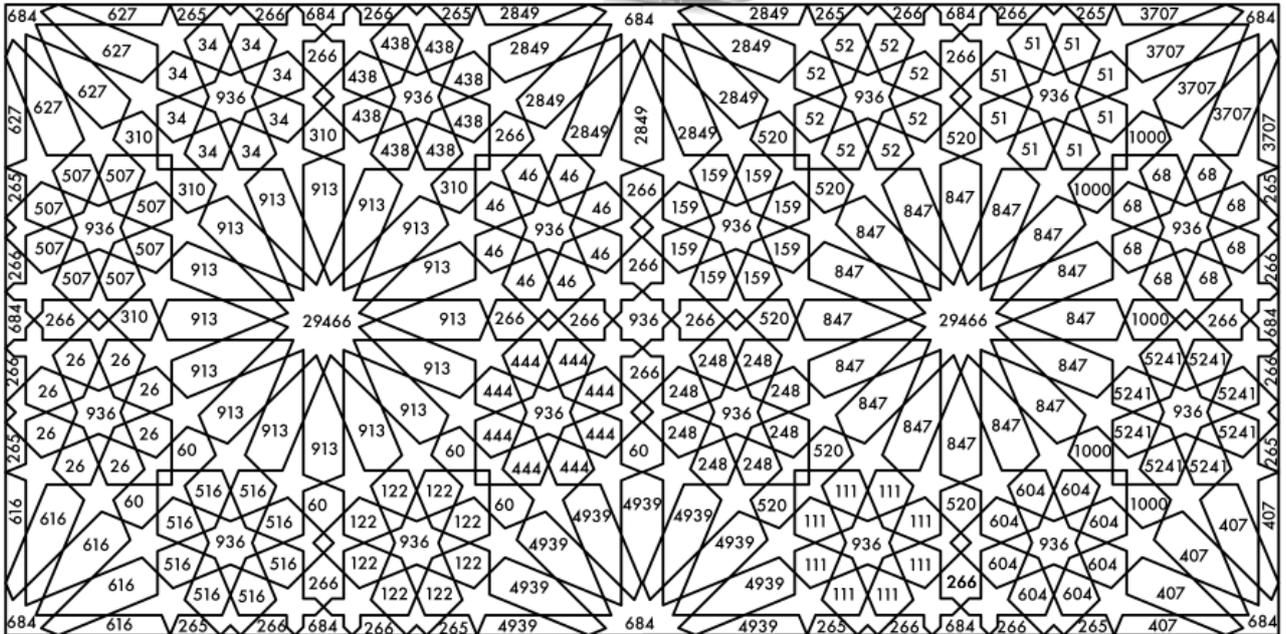


Todas las imágenes y personajes mostrados en esta página son copyright de sus respectivos propietarios. Su uso es solo educativo personal y sin ánimo de lucro. designed by freepik.com



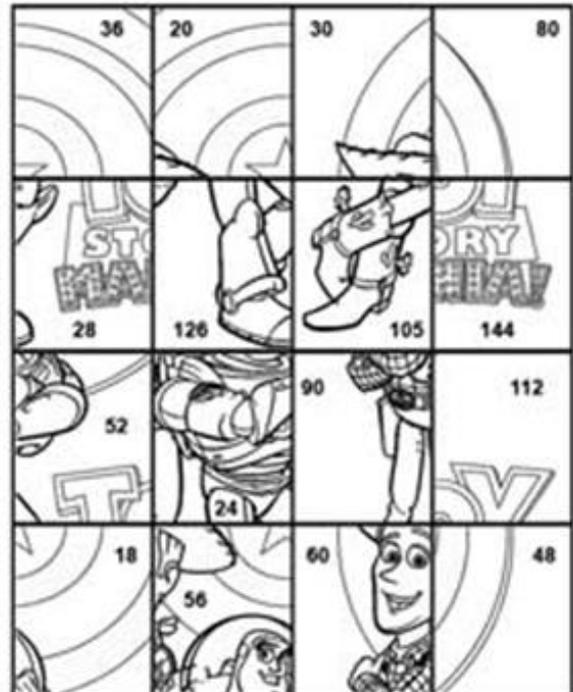
Los números que aparecen en el dibujo son todos múltiplos de 2, 3, 5, 7 y 11. Colorea según el color asignado a cada divisor. Aquellos que tengan más de un divisor, colorea el que sea mayor.

CLAVES			
2	VERDE	7	NEGRO
3	AMARILLO	9	AZUL
5	VIOLETA	11	ROJO



MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

15, 30	10, 20	12, 18	16, 20
20, 12	8, 7	9, 6	6, 16
30, 45	12, 24	4, 13	14, 16
7, 15	18, 14	14, 28	9, 16



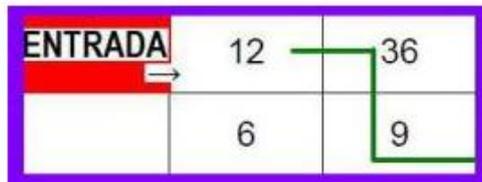
TEMA 2: DIVISIBILIDAD

Aquí aparece un laberinto que debes recorrer desde la **ENTRADA** a la **SALIDA**.

ENTRADA →	12	36	18	9	33	11	1	
	6	9	72	36	3	22	33	
	18	24	3	45	15	60	66	
	9	72	2	90	10	120	15	
	36	2	70	5	50	25	75	
	4	32	7	35	450	75	150	
	96	9	63	189	9	144	6	
	32	81	54	27	81	9	108	
	2	27	3	54	18	3	12	SALIDA

Debes buscar todos los caminos que puedas pero cuidado, no puedes ir en diagonal y sólo puedes pasar a una casilla adyacente si ésta contiene un múltiplo del número o un divisor impar del mismo.

Por ejemplo desde la casilla 12 se puede pasar a la casilla 36 que es un múltiplo de 12 pero no a la casilla 6 que es un divisor de 12 pero par



GANA EL O LOS QUE CONSIGAN EL CAMINO MÁS CORTO

TEMA 2: DIVISIBILIDAD



RAZAS MÁS POPULARES
(MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO)

 184 Raza: _____	 80 Raza: _____	 1752 Raza: _____
 126 Raza: _____	 135 Raza: _____	 36 Raza: _____
 560 Raza: _____	 78 Raza: _____	 2937 Raza: _____
 162 Raza: _____	 112 Raza: _____	 84 Raza: _____

Mediante el método práctico encuentra el MCM de los siguientes números, y encontrarás la raza de cada perro.

a) MCM (6y36) Labrador Retriever	b) MCM (12y84) Parson Russel Terrier	c) MCM (13y78) Collie
d) MCM (8y46) Belgian Sheepdog	e) MCM (14y112) Poodle	f) MCM (9y162) Standard Schnauzer
g) MCM (4,16y80) Miniature Schanauzer	h) MCM(7;21y126) Border Collie	i) MCM (4;16y70) Golden Retriever
j) MCM 5;15y135) Boxer	k) MCM (8;24y73) Australian Shephend	l) MCM (11;33y89) German Shephern dog

Nombre: _____



m.c.d. (18, 21)	m.c.d. (121, 55)	m.c.d. (90, 54)
m.c.d. (25, 60)	m.c.d. (150, 180)	m.c.d. (30, 105)
m.c.d. (360, 450)	m.c.d. (29, 13)	m.c.d. (30, 14)
m.c.d. (13, 52)	m.c.d. (30, 54, 18)	m.c.d. (49, 84)
m.c.d. (100, 40, 60)	m.c.d. (40, 36, 12)	m.c.d. (72, 108, 60)

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

Calcula el **máximo común divisor** de los siguientes números, recorta las piezas del puzzle y pégalas en el lugar de los resultados. ¡Que la Fuerza te acompañe!

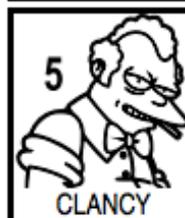
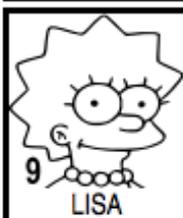
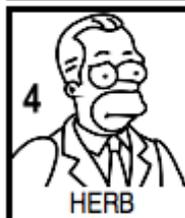
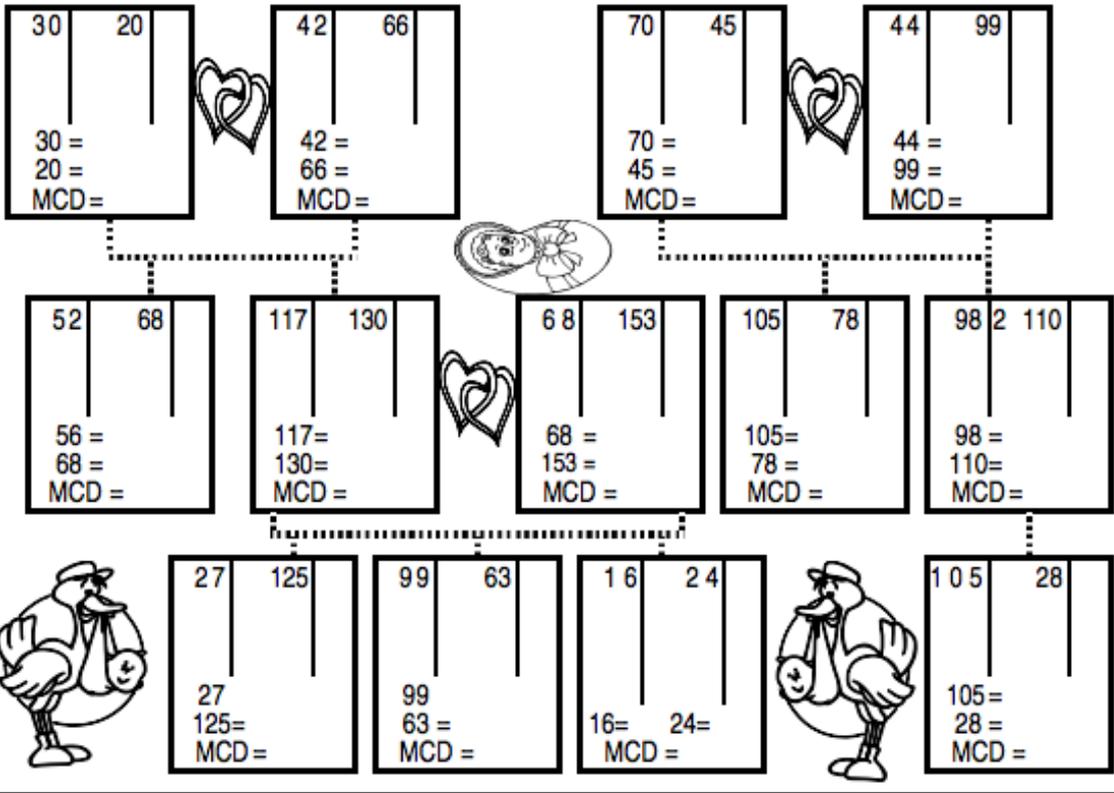
 1	 20	 30
 13	 2	WAR 11
 18	 12	90 
 6	STAR 3	4 
 7	 15	5

NOMBRE:

CURSO:

FECHA:

ÁRBOL GENEALÓGICO DE LOS SIMPSONS



Colorea, recorta y pega los dibujos en el sitio que les corresponden según los resultados obtenidos en el cálculo del Máximo Común Divisor y obtendrás un cuadro con el árbol genealógico de los Simpson.

