

TEMA 1: LOS NÚMEROS NATURALES

Contenidos:

- Los números naturales.
- Sistema de numeración decimal: valor posicional, orden de magnitud.
- Revisión de las operaciones con números naturales: adición, sustracción, multiplicación, división. Estimación, a priori, del orden de magnitud en cálculos escritos.
- Propiedades conmutativa y asociativa de la adición y la multiplicación. Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición y la sustracción.
- Propiedades de la división. Interpretación del cociente y resto de una división entera en función del contexto en el que aparece.
- Operaciones combinadas. Jerarquía de las operaciones.
- Potencia de base y exponente natural. Potencias de 10. Raíz cuadrada exacta.
- Elaboración y utilización de estrategias personales para el cálculo aproximado.

Contenidos mínimos:

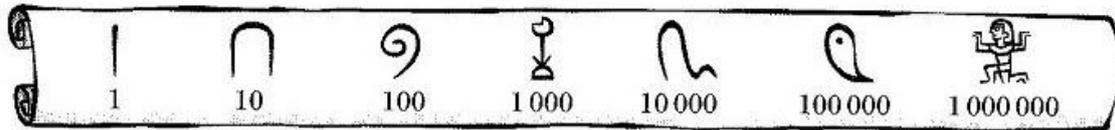
- Leer y escribir números mediante el sistema de numeración decimal.
- Redondear números naturales.
- Sumar, restar, multiplicar y dividir con números naturales, y conocer las propiedades de estas operaciones.
- Saber el orden en que hay que efectuar las operaciones cuando aparecen combinadas.
- Calcular potencias de base y exponente natural.
- Conocer qué son los cuadrados perfectos y su raíz cuadrada.
- Resolver problemas donde intervienen operaciones con números naturales.
- Mejorar los cálculos con las operaciones de división y multiplicación entre números naturales.

TEMA 1: LOS NÚMEROS NATURALES

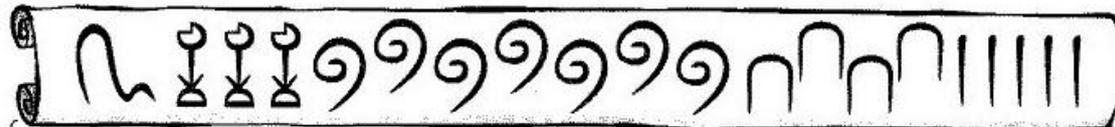
1. NÚMEROS PARA CONTAR Y ORDENAR

La humanidad ha empleado distintos sistemas de numeración a lo largo de la historia.

El sistema de numeración egipcio



Por ejemplo, el número 13745 se escribía así:



$$10\,000 + 3\,000 + 700 + 40 + 5 = 13\,745$$

Numeración en China									
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
百		千		万		十万		百万	
100		1.000		10.000		100.000		1.000.000	

números
romanos



I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

Los números romanos aun se utilizan: en monumentos, relojes, textos...

- Escribe tu edad y tu año de nacimiento usando numeración egipcia, china y romana.

Historia de las matemáticas:

- https://www.youtube.com/watch?v=Q4XMM_dRkRE
- <https://www.youtube.com/watch?v=GZacljFeCkA>
- <https://www.youtube.com/watch?v=ydymuWUZjuY>
- <https://www.youtube.com/watch?v=GbjTYRfj3To>

TEMA 1: LOS NÚMEROS NATURALES

1.1. Sistema de numeración decimal

Los números que aparecen cuando contamos elementos de nuestra vida cotidiana (el número de teléfono, la distancia entre ciudades, el número de manzanas, etc) se llaman números naturales. Su conjunto se designa con la letra N y tiene infinitos elementos (siempre podemos pensar un número mayor a cualquier número natural que se te ocurra).

SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL:

El sistema de numeración que utilizamos actualmente es el sistema de numeración decimal. Este sistema se caracteriza por:

- Cualquier número puede ser escrito con una combinación de 10 dígitos: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 y 9.
- 10 unidades de una determinada magnitud se agrupan para formar una unidad de orden inmediatamente superior. 10 unidades hacen 1 decena, 10 decenas hacen 1 centena, etc.

	1 unidad	1 unidad
10 unidades	1 decena	10 unidades
10 decenas	1 centena	100 unidades
10 centenas	1 millar	1000 unidades
10 millares	1 decena de millar	10 000 unidades
10 decenas de millar	1 centena de millar	100 000 unidades
10 centenas de millar	1 millón	1 000 000 unidades

- Es posicional, ya que cada cifra tiene un valor relativo dependiendo de su posición en el número. Por ejemplo:



LECTURA Y ESCRITURA DE NÚMEROS NATURALES:

Para escribir números naturales de más de 4 cifras, se agrupan de tres en tres, comenzando por la derecha, y se separan los grupos mediante un espacio en blanco. NO PUNTOS NI COMAS.

Para leer un nº natural, se separan las cifras de tres en tres por la derecha, y luego se leen de izquierda a derecha como si fuesen números de tres cifras, añadiendo las palabras mil, millones, billones, etc donde corresponda. Ejemplo: 23 456 veintitrés mil cuatrocientos cincuenta y seis

TEMA 1: LOS NÚMEROS NATURALES

Ejercicio: Escribe como se lee el número o como se escribe, según corresponda.

81 040	
	<i>ciento veintitrés mil cuatrocientos seis</i>
7260	
2 700 652	
	<i>dos millones siete mil setecientos cincuenta y dos</i>

- Los números ordinales se leen y escriben de manera distinta a los cardinales: 1º primero, 2º segundo, 3º tercero, etc

1.2. Comparar y aproximar

COMPARAR NÚMEROS NATURALES:

- Si dos números naturales tienen distinto número de cifras, será mayor el que tenga más cifras.
- Si dos números tienen el mismo número de cifras, se comparan éstas de izquierda a derecha. Es mayor el que tiene la primera cifra mayor, si son iguales se compara la siguiente y así sucesivamente.

Usamos los símbolos: < “menor que” y > “mayor que”.

Ejercicio: Observa la siguiente lista de distancias en km desde Zaragoza a otras capitales de provincia. Ordénalas de menor a mayor distancia.

A Coruña	Guadalajara	Barcelona	Madrid	Sevilla	Teruel
783	254	303	308	831	182

APROXIMAR:

Para manejar ciertos datos hace falta realizar aproximaciones con frecuencia. Por ejemplo, diríamos que la distancia entre Madrid y Zaragoza es de 300 km. Las aproximaciones se pueden hacer de dos maneras:

- Mediante **truncamiento**: Se sustituyen por ceros todas las cifras de orden inferior (las situadas a la derecha de la deseada). Ejemplo: 145 294 para truncar a las centenas sería 145 200
- Mediante **redondeo**: Se sustituyen por ceros las cifras de orden inferior, y la cifra redondeada se deja como está, si la inmediatamente siguiente es menor que 5; o se aumenta en una unidad si la siguiente es mayor o igual que 5. Ejemplo: 145 294 para redondearla a las centenas sería 145 300

Las aproximaciones por truncamiento siempre son por defecto (ya que el número resultante es menor que el original), mientras que por redondeo pueden resultar por defecto o por exceso (que el número resultante sea mayor). Se recomienda redondear antes que truncar, ya que es una aproximación mejor.

TEMA 1: LOS NÚMEROS NATURALES

Ejercicio: Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, y en caso de que sean falsas corrígelas.

	Verdadero	Falso
250 000 es el redondeo a decenas de millar de 248 325	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
46 250 000 es el truncamiento en las decenas de millar de 46 248 325	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
46 248 300 es el redondeo a las centenas de 46 248 325	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
248 330 es el redondeo a decenas de 248 325	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
247 000 es el redondeo a unidades de millar de 248 325	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
46 248 000 es el truncamiento en las unidades de millar de 46 248 325	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
200 000 es el redondeo a centenas de millar de 248 325	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 1: LOS NÚMEROS NATURALES

2. OPERACIONES

Practica las operaciones:

http://aula2.educa.aragon.es/datos/espada/MateTecno/bloque1/Unidad01/pagina_3.html

2.1. Sumar y restar

SUMAR: Sumar es agrupar varias cantidades en una sola. Los números que se suman se llaman sumandos y el símbolo que se emplea es el + “más”.

Para sumar recuerda colocar los números en columnas de forma que coincidan unidades con unidades, decenas con decenas, etc. Recuerda tener en cuenta añadir “lo que se lleva”.

Ejemplo: $4397 + 589$

La suma tiene las siguientes propiedades:

- Propiedad conmutativa: el orden de los sumandos no altera la suma. $a + b = b + a$
- Propiedad asociativa: si se suman tres o más sumandos se puede sustituir la suma de dos cualesquiera de ellos por el resultado de su suma. $(a + b) + c = a + (b + c)$
- Elemento neutro: al sumar 0 a cualquier número, éste no se altera. Por eso al 0 se le llama elemento neutro de la suma.

Ejercicio: $134 + 56 + 1378$

LA RESTA: Es la operación opuesta a la suma. $a - b = c$ si $b + c = a$. Por ejemplo, $50 - 32 = 18$, entonces $32 + 18 = 50$. En una resta cualquiera $a - b = c$, a es el minuendo, b el sustraendo y c la diferencia. Se emplea el signo - “menos”.

Ejercicios:

A) A una oposición se presentaron 2345 candidatos. En la primera prueba eliminaron a 1027 y en la segunda a 792. ¿Cuántos quedaron para la tercera?

B) Entre María y Juan cobran lo mismo que entre Marta y Pablo. Si María cobra 1820 euros, Juan 1385 y Pablo 1760, ¿cuánto gana Marta?

C) Luisa tiene en el banco una cuenta con 2134 euros. Este mes ha ingresado la nómina de 1586 euros y le han cargado los gastos con tarjeta que ascienden a 358 euros. También ha pagado la hipoteca de 650 euros y el recibo de la luz de 58 euros. Si además ha sacado en efectivo 500 euros un día y 200 otro, ¿cuánto le queda en el banco?.

D) Juan compra una camisa de 44 euros y unos pantalones de 68 euros. En la camisa le rebajan 12 euros y en el pantalón 18. ¿Cuánto paga?.



2.2. Multiplicar y dividir

MULTIPLICAR: Una multiplicación es la suma de sumandos iguales.

Por ejemplo 7×5 es $7 + 7 + 7 + 7 + 7$. Los números que se multiplican se llaman factores y el resultado es el producto. Se indica con el símbolo \times o un punto, y se lee “por”.

Repasa la multiplicación: $37 \cdot 54$

- Multiplicar por la unidad seguida de ceros: se le añaden al número el mismo número de ceros. Ejemplo: $37 \cdot 100 = 3700$

La multiplicación tiene las siguientes propiedades:

- Propiedad conmutativa: El orden de los factores no altera el producto. $a \cdot b = b \cdot a$
- Propiedad asociativa: En una multiplicación se pueden substituir dos o más factores por su producto. $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- Elemento neutro: en la multiplicación es el 1.

DIVIDIR: es la operación inversa a la multiplicación. Dividir un número D entre otro número d, significa buscar otro número c de forma que $d \cdot c = D$. Por ejemplo: $45 : 5 = 9$ ya que $5 \cdot 9 = 45$ D es el dividendo, d es el divisor y c el cociente. Si la división no exacta, tiene un resto que no es cero. En este caso se llama división entera.

$\begin{array}{r} 45 \overline{) 5} \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 49 \overline{) 5} \\ \underline{4} \\ 4 \end{array}$
$45 = 9 \cdot 5$	$49 = 9 \cdot 5 + 4$
<p>División exacta</p>	<p>División entera</p>

En una división entera se cumple que $\text{Dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$

Ejercicios:

A) Un pintor que cobra a 42 euros la hora ha recibido 504 euros como pago de un trabajo. ¿Cuántas horas trabajó?

B) ¿Cuántas vueltas da en un día una rueda que gira a razón de 45 revoluciones por minuto?

C) Una granja de 3000 gallinas ponedoras tiene un rendimiento de 4 huevos diarios por cada 5 gallinas. ¿Cuántas docenas de huevos produce cada semana?

D) Un barco pesquero ha obtenido 8100 euros por la captura de 1350 kg de merluza. ¿Cuánto obtendrá otro barco que ha pescado 1645 kg de merluza del mismo precio?

- Juego para practicar: <http://frikazosenelaula.com/cifras-y-letras-cifras/>

3. POTENCIAS Y RAÍCES

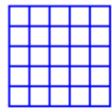
3.1. Potencias

Una potencia es una forma abreviada de escribir un producto de varios factores iguales. El factor repetido se llama base, y el número de veces que se repite, exponente.

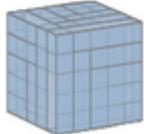
Cualquier número puede expresarse mediante una potencia de exponente 1. Por ej $5^1 = 5$ El cuadrado de un número es su potencia de exponente 2, y el cubo de un número es su potencia de exponente 3. Cualquier potencia de cero es igual a 1. $a^0 = 1$

base ^{exponente}

$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$



$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
(25 cuadraditos)



$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
(125 cubitos)

POTENCIAS DE BASE 10: Se ponen tantos ceros como diga el exponente. Ej: $10^3 = 1000$

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS:

- Potencia de un producto: es el producto de las potencias de cada uno de sus factores. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ Por ejemplo: $(5 \cdot 4)^3 = 5^3 \cdot 4^3$ También puede hacerse 20^3
- Potencia de un cociente: es el cociente de las potencias del dividendo y del divisor. $(a : b)^n = a^n : b^n$ Por ejemplo: $(12 : 4)^3 = 12^3 : 4^3$ También puede hacerse 3^3

⚠ ¡OJO! Estas igualdades NO se cumplen para sumas o restas. $(2 + 4)^3$ no es igual a $2^3 + 4^3$

OPERACIONES CON POTENCIAS:

- Producto de potencias de la misma base: es otra potencia con igual base, y de exponente la suma de los exponentes. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ Ej. $7^5 \cdot 7^2 = 7^7$
- Cociente de potencias de la misma base: es otra potencia con igual base, y de exponente la diferencia de los exponentes. $a^m : a^n = a^{m-n}$ Ej. $7^5 : 7^2 = 7^3$
- Potencia de una potencia: es otra potencia con igual base, y de exponente el producto de los exponentes. Ej. $(7^5)^2 = 7^{10}$

Ejercicio: Indica si son verdaderas o falsas las siguientes igualdades y corrige las falsas.

	Verdadero	Falso
$(5 + 3)^8 = 5^8 + 3^8$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$(15 : 3)^8 = 15^8 : 3^8$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$(7 - 4)^2 = 7^2 - 4^2$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$6^2 \cdot 5^2 = (6 \cdot 5)^2$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$(5 \cdot 2)^8 = 5^8 \cdot 2^8$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Practica: Expresa como una sola potencia.

$2^5 \cdot 5^5$ $20^2 : 5^2$ $7^3 \cdot 7^2$ $5^8 : 5^3$ $(5^3)^2$ $3^4 \cdot (3^5)^2$

TEMA 1: LOS NÚMEROS NATURALES

3.2. Raíces cuadradas

Los números tales como 1, 4, 9, 16... que resultan de elevar al cuadrado los números naturales se llaman cuadrados perfectos. $1 = 1^2$, $4 = 2^2$, $9 = 3^2$, $16 = 4^2$, etc. Se dice que 3 es la raíz cuadrada de 9, por ejemplo. Así que la raíz cuadrada de un número, b , es otro número a , tal que $a^2 = b$, y se indica $\sqrt{b} = a$, donde b es el radicando y el símbolo es el radical.

RAÍCES CUADRADAS ENTERAS:

La mayoría de los números naturales no son cuadrados perfectos, su raíz cuadrada no es exacta. Por ejemplo, $6^2 = 36$ y $7^2 = 49$. Al número natural cuyo cuadrado más se aproxima, por debajo, al número, lo llamamos su raíz entera. En este ejemplo, 6 es la raíz entera de 41, y la diferencia entre 41 y $6^2 = 41 - 36 = 5$ es el resto.

Ejercicios: Calcula la raíz cuadrada entera de 55 y su resto.

La raíz cuadrada exacta de un número es 16, ¿de qué número se trata?

La raíz cuadrada entera de un número es 17 y el resto 4. ¿De qué número se trata?

Con la calculadora

Las calculadoras tienen teclas para calcular potencias y raíces cuadradas.

La que calcula potencias suele llevar el símbolo:

x^y ó $^{\wedge}$

habitualmente primero se introduce la base, después se pulsa la tecla indicada y luego el exponente.

TEMA 1: LOS NÚMEROS NATURALES

4. OPERACIONES COMBINADAS

4.1. Propiedad distributiva

El producto de un número por una suma, o una resta, es igual respectivamente a la suma, o la resta, de los productos de dicho número por cada uno de los términos de la suma o la resta.

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ Por ej: $4 \cdot (5 + 6) = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 6$ Aunque también podemos resolver primero el paréntesis: $4 \cdot 11$

4.2. Jerarquía de operaciones

1. Paréntesis y corchetes, de dentro hacia fuera.
2. Potencias y raíces.
3. Multiplicaciones y divisiones.
4. Sumas y restas.

Ej: $(3 + 5) \cdot 6 - 8 : 2 = 8 \cdot 6 - 8 : 2 = 48 - 4 = 44$

Practica:

$$6 + 8 \cdot 3 \quad 12 : 3 + 11 \quad (10 - 4) \cdot 8 \quad 4 + 14 : (6 - 4) \quad 4 + 8 \cdot 5 - 8$$

$$(3 + 8) \cdot 8 + 5 \cdot (11 - 3)$$

Pedro tiene 28 años menos que su padre y dentro de 5 años cumplirá 23. ¿Dentro de cuantos años la edad del padre será el doble de la de Pedro?

Una fábrica de electrodomésticos fabrica 200 frigoríficos diarios, con unos gastos por unidad de 210 euros. Si vende la producción de un mes (30 días) a un mayorista por un millón ochocientos mil euros, ¿qué ganancia obtiene?

TEMA 1: LOS NÚMEROS NATURALES

1. Escribe con cifras:

- a) Dos millones doscientos cincuenta mil
- b) Trescientas tres mil seiscientas ochenta y cinco
- c) Noventa mil cuatrocientos veintiuno
- d) Cuatro mil novecientos noventa millones

2. Escribe cómo se leen estas cantidades:

- a) 423 235 600
- b) 17 525 812 000
- c) 658 120
- d) 8457

3. Redondea al orden indicado en cada caso:

- a) 24 765 a millares
- b) 3 458 a centenas
- c) 12 345 678 a millones
- d) 924 912 a decenas de millar

4. Calcula con lápiz y papel:

- a) $254 + 37 + 125 =$
- b) $4567 - 1280 - 564 =$
- c) $125 - 35 + 256 =$
- d) $1987 + 321 - 875 =$

Realiza las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{ll} 12 - (9 + 6 - 10) = & 9 + 2 \cdot (11 - 7) = \\ 15 + (4 + 6 - 8) - 9 = & 5 + 3 \cdot 4 + 2 = \\ 6 - (9 - 3) + 3 - (12 - 9) = & 3 \cdot 6 + 12 : 4 - 4 = \\ \\ 32 : 2 + 2^4 = & 3 \cdot 5 - 3^2 = \\ 5^3 - 5 \cdot 3^2 = & (3 + 5)^2 = \\ 2 + 3 \cdot 2^5 = & 3^2 + 5^2 = \end{array}$$

Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar y expresa el resultado en forma de potencia.

- a) $3^2 \cdot 3^5 : 3^6 =$
- b) $5^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3 =$
- c) $2^5 \cdot (2^3)^2$
- d) $6^4 : 2^4 =$
- e) $(5^3)^2 : (5^5 \cdot 5)$
- f) $6^5 \cdot 2^5 : 3^5 =$

Una colección de fascículos consta de 75 números. Los dos primeros se venden juntos por 1 €, el 3º y el 4º cuestan 1 € cada uno, y el resto se vende por 2 € ejemplar. ¿Cuánto costará la colección?

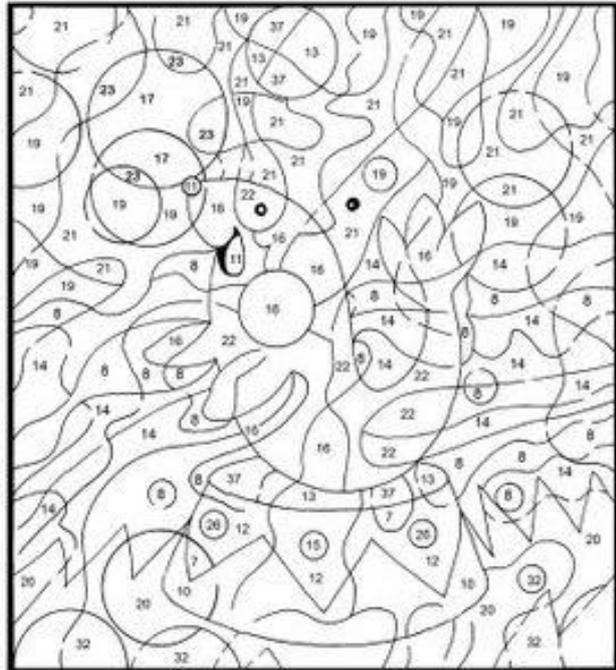
En una granja hay vacas, ovejas y gallinas. En total hemos contado 714 patas, 168 cuernos y 137 picos. ¿Cuántos animales hay en total en la granja?

DIVISIÓN EXACTA

(Dividendo 2 cifras y divisor 1 cifra)

Nombre: _____ Fecha: _____

AMARILLO	ROJO	AZUL MARINO	VERDE	NARANJA
21 3	20 2	74 2	78 3	85 5
72 6	99 9	91 7	90 6	69 3
VOLETA	CELESTE	ROSA	NEGRO	MARRÓN
56 4	84 4	54 3	96 6	60 3
72 9	76 4	81 9	88 4	64 2



www.aciludis.com 

2.- Damero de potencias

Partiendo de cualquier casilla blanca de la fila inferior, buscar un camino, realizando el movimiento de la dama, sabiendo que ♞ divide y ♜ multiplica, hasta salir por una de las casillas superiores con un resultado igual al indicado.

1

2		2^2	
	2^4		2
2^5		2^3	
	2^2		2^4

6

2·3		$3^2 2^2$	
	$2^2 3$		2^2
2·3		$2 \cdot 3^2$	
	$2^3 3$		$2^2 3$

1

5		5^{-1}	
	5^2		5^{-3}
5^4		5^{-2}	
	5^3		5



SUMAS Y RESTAS

(Sumas llevando y restas sin llevar)

Conduce a Shrek y a Asno por el laberinto hasta la princesa Fiona.

Hay muchos caminos, pero el único sin peligros es el camino que une los resultados de las cuentas.

Para no perderte, haz las cuentas, luego las señalas en el laberinto y por último colorea el camino uniendo los resultados.

$456 + 68$

$289 - 35$

$639 + 25$

$574 - 42$

$367 + 154$

$394 - 132$

$828 + 125$

$864 - 243$

